

2020年度「校長室からの挑戦状No.33(12/25)」

数字に強くなろう!

(×切: 1月12日)

頭と手を使って考えよう。

9の段(9×9 まで)に現れる18以上81以下の2桁の数は10の位と1の位の数字をたすと「9」になりますね。

「どうしてかな?」を考えてみましょう。

問1: 数字や言葉でその理由を書いてみましょう。

ヒント: $81 = 10 \times 8 + 1 = (9 + 1) \times 8 + 1 = 9 \times 8 + (8 + 1)$

$10a + b = \dots\dots\dots$ これが9で割れるということとは……

問2: 次の数字のうち, 9の倍数であるものを全て書きだしなさい。また, どのようにして見つけたかその理由も書いてみましょう。(くれぐれも割り算はしないでくださいね!)

333,335 56,341,288 3,120,003 5,554,000

31,323,334,455

きっと規則性があるんだよね。

学年

氏名: 解答例

問1

9の段の数値 $n=10a+b$ ($18 \leq n \leq 81$)とおく。 a, b はともに正の整数で
 a の最大値は8, b の最大値は8である。

$$10a+b=(9+1)a+b=9a+(a+b)$$

これが9の倍数, すなわち9で割ってあまり0であるから,
 $a+b=9$ である。

問2

9の倍数は

3,120,003 31,323,334,455

※9の倍数は, 各桁の数の和が9の倍数になっているものを探す。

9の倍数 $N=10^0 \times k_1 + 10^1 \times k_2 + 10^2 \times k_3 + \dots + 10^{n-1} \times k_n$ とおく。

$$N=(10^{n-1}-1+1) \times k_n + (10^{n-2}-1+1) \times k_{n-1} + \dots + (10^0-1+1)k_3 + (10^0-1+1)k_2 + k_1$$

$$= (10^{n-1}-1)k_n + k_n + (10^{n-2}-1)k_{n-1} + k_{n-1} + \dots + 99k_3 + k_3 + 9k_2 + k_2 + k_1$$

$$= (10^{n-1}-1)k_n + (10^{n-2}-1)k_{n-1} + \dots + 99k_3 + 9k_2 + (k_n + k_{n-1} + \dots + k_3 + k_2 + k_1)$$

$(10^{n-1}-1)k_n + (10^{n-2}-1)k_{n-1} + \dots + 99k_3 + 9k_2$ は全て9の倍数となっている。 N が
9の倍数(9で割ってあまり0)であるためには, $k_n + k_{n-1} + \dots + k_3 + k_2 + k_1$ は9の倍数でなければならない。